

Wymagania edukacyjne  
MATEMATYKA 2  
Zakres podstawowy  
i rozszerzony



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.  
Warszawa 2020

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopelniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

## 1. ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozwiązuje równania kwadratowe, stosując poznane metody i wzory
• wyznacza argument, dla którego funkcja kwadratowa przyjmuje daną wartość
• przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i podaje jego pierwiastki
• rozwiązuje nierówności kwadratowe
• zaznacza na osi liczbowej iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych
• rozwiązuje równania dwukwadratowe
• rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
• rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których obydwa równania są równaniami parabol, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
• stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego
• stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza w prostych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
• przeprowadza analizę zadania tekstowego i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych
• stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe
• rozwiązuje układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem paraboli, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania w trudniejszych przypadkach

<ul style="list-style-type: none"> <li>zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosując wzory Viète'a, oblicza wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem spełniające podane warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania tekstowe w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzory Viète'a</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej, w tym zadania z parametrem</li> </ul>
---

## 2. WIELOMIANY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje wielomian w sposób uporządkowany</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześcianów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje proste równania wielomianowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>dzieli wielomian przez dwumian <math>x - a</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza poprawność wykonanego dzielenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje wielomian w postaci <math>w(x) = p(x)q(x) + r</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartość parametru tak, aby dane wielomiany były równe w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian <math>x - a</math> bez wykonywania dzielenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu o współczynnikach całkowitych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu, wyznacza dziedzinę i rozwiązuje zadanie tekstowe w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów</li> </ul>

### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa stopień wielomianu w zależności od parametru</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza sumę współczynników wielomianu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów; określa stopień wielomianu wielu zmiennych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykonuje działania na wielomianach w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory <math>a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)</math> oraz <math>a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory <math>a^3 \pm b^3</math> do usuwania niewymierności z mianownika</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci <math>w(x) = p(x)q(x) + r(x)</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian <math>(x - p)(x - q)</math> bez wykonywania dzielenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>dzieli wielomian przez dwumian <math>x - a</math>, stosując schemat Hornera</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, gdy podane są określone warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączając wspólny czynnik przed nawias w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres wielomianu po wyznaczeniu jego pierwiastków</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania z parametrem, korzystając z równań i nierówności wielomianowych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji; wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach</li> </ul>

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci <math>x - a</math> (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku</li> </ul>

### 3. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>• szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie <math>a \neq 0</math>, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• przesuwa wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, o wektor, podaje jej własności oraz podaje równania asymptot jej wykresu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, aby otrzymać wykres <math>y = \frac{a}{x-p} + q</math> w prostych przypadkach; szkicuje wykres funkcji <math>y = \frac{a}{x-p} + q</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• dobiera wzór funkcji do jej wykresu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej, korzystając z jej postaci kanonicznej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje, również graficznie, nierówności wymierne w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych</li></ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności w trudniejszych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• szkicuje wykresy funkcji <math>y =  f(x) </math>, <math>y = f( x )</math>, <math>y =  f( x ) </math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją homograficzną, i opisuje ich własności</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych, podaje odpowiednie założenia i zapisuje je w najprostszej postaci w trudniejszych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje równania i nierówności wymierne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• znajduje współrzędne punktów wspólnych hiperboli i prostej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje układy nierówności wymiernych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań</li></ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując wyrażenia wymierne, oraz zadania dotyczące związku między drogą, prędkością i czasem</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje ich wykresy i podaje własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza liczbę rozwiązań równań <math> f(x)  = m</math>, <math>f( x ) = m</math> i <math> f( x )  = m</math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją homograficzną, w zależności od parametru <math>m</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>

## 4. TRYGNOMETRIA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory: <math>\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha</math>, <math>\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha</math> <math>\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha</math>, <math>\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha</math> do obliczania wartości wyrażenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: <math>P = \frac{1}{2}ah</math> oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku <math>a</math>: <math>P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozdziela czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza w trudniejszych przypadkach długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów i w zadaniach praktycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych <math>\alpha</math> i <math>90^\circ - \alpha</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca w trudniejszych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta <math>P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzór <math>P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia niektóre własności czworokątów</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia związki miarowe w czworokątach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach</li> </ul>

## 5. PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje kąty środkowe w okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole koła i pole wycinka koła</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje własności wielokątów foremnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremny w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• korzysta z własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na czworokącie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w czworokąt</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu, opartych na tym samym łuku</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia zależności w trójkątach i czworokątach o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności, także z zastosowaniem trygonometrii</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów</li> </ul>



- rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności

## 6. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie i wykładniku rzeczywistym
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach
• oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
• sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
• wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
• oblicza logarytm danej liczby
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności
• oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji
• wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych
• szkicuje w prostych przypadkach wykresy funkcji $y =  f(x) $ , $y = f( x )$ , gdy dany jest wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej $y = f(x)$
• stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach
• wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg w trudniejszych przypadkach
• podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej
• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
• szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń, w tym wykresy funkcji $y =  f(x) $ , $y = f( x )$ w trudniejszych przypadkach
• rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z wykresu i własności funkcji wykładniczej
• rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu i monotoniczności funkcji wykładniczej
• rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu i własności funkcji logarytmicznej

<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisanych z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby np. <math>\log_2 3</math></li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia twierdzenia o logarytmach, w szczególności twierdzenie o działaniach na logarytmach i twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu</li> </ul>